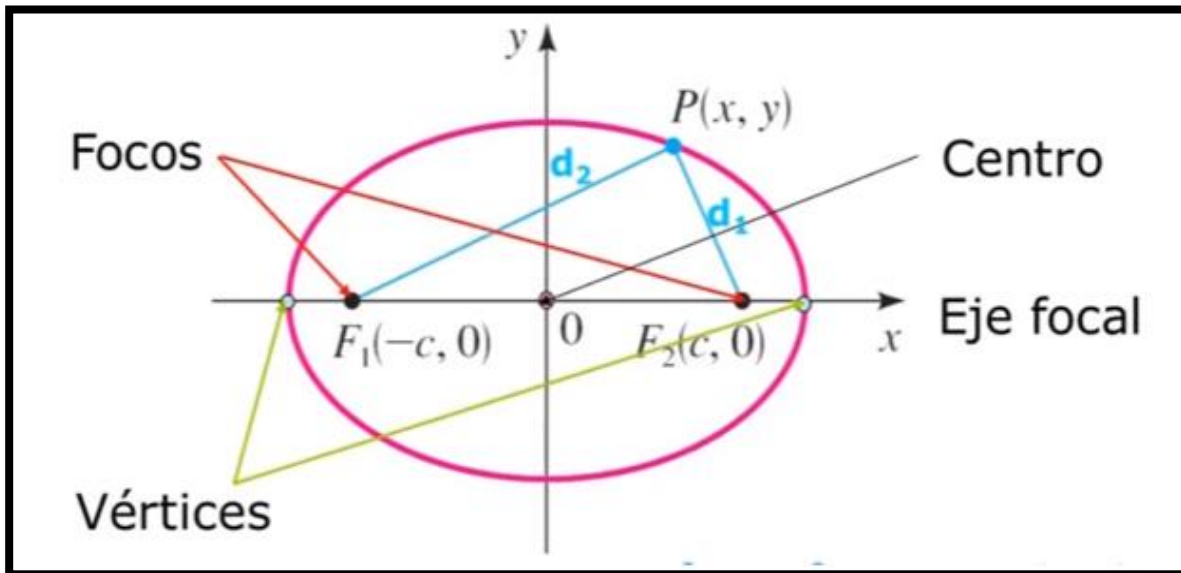


Lugares Geométricos: Elipse

Álgebra & Modelos Analíticos

Definición: Una elipse es el lugar geométrico de los puntos del plano cuya suma de distancias a dos puntos fijos, llamados focos, es constante.

Elipse con centro en el origen:



$\overline{F_1F_2}$ = Eje focal \rightarrow Distancia entre Foco 1 y Foco 2

$\overline{V_1V_2}$ = Eje Mayor \rightarrow Distancia entre Vértice 1 y Vértice 2

$\overline{B_1B_2}$ = Eje Menor \rightarrow Distancia entre co-vertice 1 y co-vertice 2

Ecuación canónica de la Elipse. Centro (0,0)

Para las distancias anteriormente mencionadas tenemos, por definición, que:

$$\overline{V_1V_2} = 2a \quad \overline{B_1B_2} = 2b \quad \overline{F_1F_2} = 2c$$

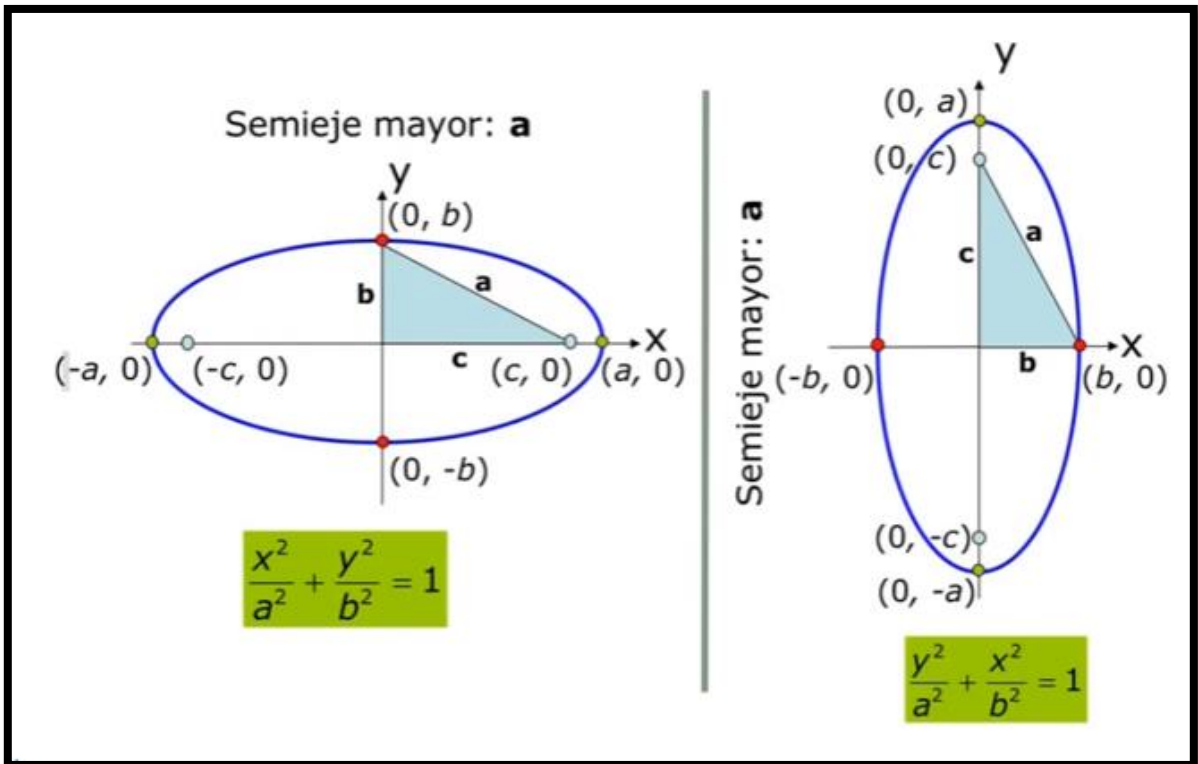
Por lo tanto la medida desde V_1 al centro es a .

La medida de B_1 al centro es b .

La medida de F_1 al centro es c .

Existen dos tipos de Elipse: Horizontal y Vertical

Notar que en la Elipse horizontal el eje mayor se encuentra en el eje x, mientras que en la Elipse vertical se encuentra en el eje y.



- Para la ecuación de la Elipse **siempre** debe estar igualada a 1, ya sea centro en el origen u otro centro.



En resumen:

Ecuación estándar	$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$	$\frac{y^2}{a^2} + \frac{x^2}{b^2} = 1$
Eje focal	Eje x	Eje y
Focos	$(\pm c; 0)$	$(0; \pm c)$
Vértices	$(\pm a; 0)$	$(0; \pm a)$
Semieje mayor	a	a
Semieje menor	b	b
Relación pitagórica	$a^2 = b^2 + c^2$	$a^2 = b^2 + c^2$

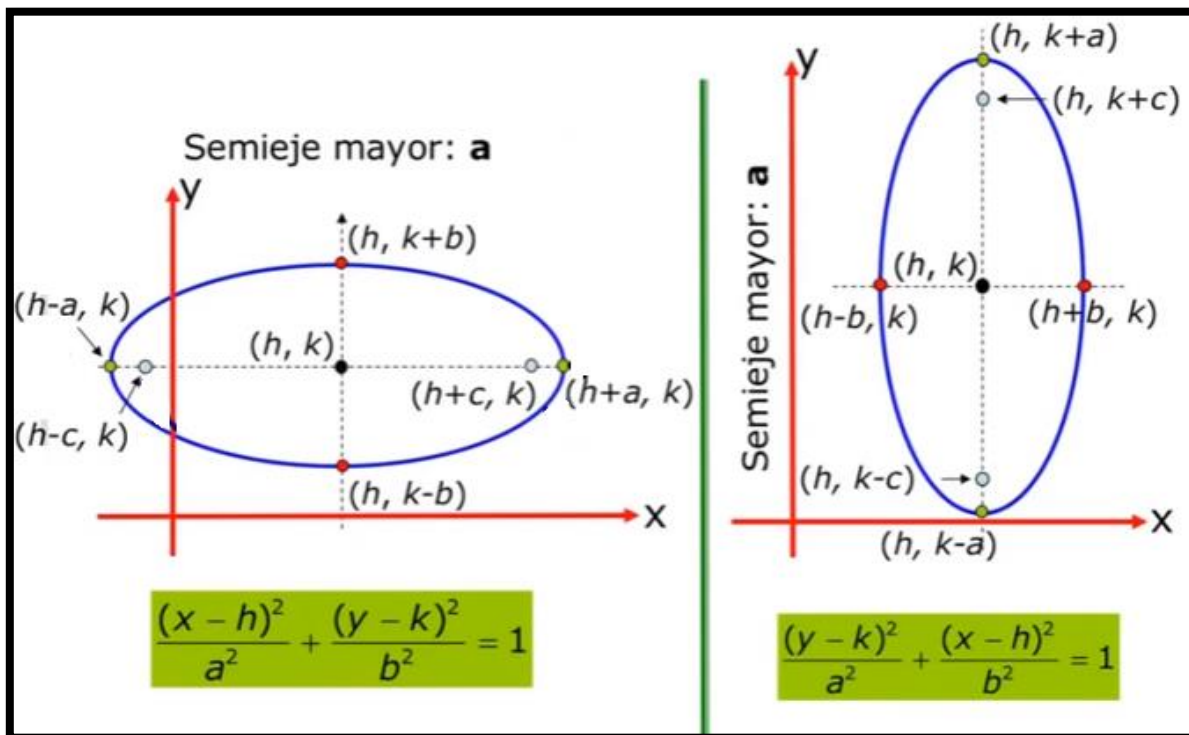
Ejercicios propuestos:

- 1) Determinar los vértices y focos de las siguientes Elipses. Grafique
 - a) $4x^2 + 9y^2 = 36$
 - b) $9x^2 + 4y^2 = 36$
- 2) Determine la ecuación de la Elipse con focos $(0,-3)$ y $(0,3)$ y cuya longitud del semi eje mayor es 4. Grafique

Ecuación de la Elipse con centro (h, k)

Una Elipse horizontal con centro (h, k) tiene su eje focal paralelo al eje x.

Una Elipse vertical con centro (h, k) tiene su eje focal paralelo al eje y.



<u>Elipse horizontal</u>	<u>Elipse Vertical</u>
$V_1: (h - a, k)$ $V_2: (h + a, k)$	$V_1: (h, k + a)$ $V_2: (h, k - a)$
$F_1: (h - c, k)$ $F_2: (h + c, k)$	$F_1: (h, k + c)$ $F_2: (h, k - c)$
$B_1: (h, k + b)$ $B_2: (h, k - b)$	$B_1: (h - b, k)$ $B_2: (h + b, k)$

Ejercicios propuestos:

- 1) Grafique la elipse de ecuación $\frac{(x+1)^2}{4} + \frac{(y-2)^2}{9} = 1$
- 2) Determine la ecuación de la elipse cuyo eje mayor tiene sus puntos extremos en $(-2, -1)$ y $(8, -1)$ y cuya longitud del eje menor es 8.
- 3) Calcular las coordenadas del foco y vértice de la elipse que tiene por ecuación:
 $25x^2 + 9y^2 - 18y - 216 = 0$